第23講　三角関数(2)

例題23－1

次の関数のグラフをかけ．また，その周期と値域を求めよ．

(1)　$y=2\sin\theta$　　(2)　$y=\sin\theta+1$

(3)　$y=\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)$　　(4)　$y=\sin 2\theta$

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 23 ー 1

次の関数のグラフをかけ．また，その周期と値域を求めよ．

(1)　$y=-\sin\theta$

(2)　$y=\sin\theta-1$

(3)　$y=\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{3}\right)$

(4)　$y=\sin\dfrac{\theta}{2}$

ⓒRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 23 ー 2

次の関数のグラフをかけ．また，その周期を求めよ．

(1)　$y=\dfrac{1}{2}\cos\theta$　　(2)　$y=\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)$　　(3)　$y=\cos\dfrac{\theta}{2}$

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 23 − 2

次の関数のグラフをかけ．また，その周期を求めよ．

(1)　$y=-3\cos\theta$　　(2)　$y=\cos\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)$　　(3)　$y=\cos 3\theta$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 23 ー 3

α が鋭角，β が鈍角で，$\sin\alpha=\frac{3}{5}$，$\cos\beta=-\frac{5}{13}$ のとき，次の値を求めよ．

(1)　$\sin(\alpha+\beta)$　　(2)　$\cos(\alpha-\beta)$

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 23 － 3

α の動径が第 3 象限，β の動径が第 2 象限にあり，$\sin\alpha=-\dfrac{4}{5}$，$\cos\beta=-\dfrac{3}{5}$ のとき，次の値を求めよ．

(1)　$\sin(\alpha-\beta)$　　(2)　$\cos(\alpha+\beta)$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 23 ー 4

(1)　$y=\tan 2\theta$ のグラフをかけ．また，その周期を求めよ．

(2)　$y=2x$，$y=-3x$ のなす鋭角 θ を求めよ．

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 23 − 4

(1)　$y=\tan\dfrac{\theta}{2}$ のグラフをかけ．また，その周期を求めよ．

(2)　$y=(2+\sqrt{3})x$，$y=-x$ のなす角 θ を求めよ．ただし，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ とする．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 23 講　三角関数(2)

(1)　$y=\sin\frac{2}{3}\theta$ の周期は $\boxed{ア}\pi$ である．また $y=\cos\left(2\theta-\frac{\pi}{3}\right)$ のグラフは，$y=\cos 2\theta$ のグラフを θ 軸方向に $\frac{\pi}{\boxed{イ}}$ 平行移動したものである．

(2)　$\frac{7}{12}\pi=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}$ であることより，$\sin\frac{7}{12}\pi=\frac{\sqrt{\boxed{ウ}}+\sqrt{\boxed{エ}}}{\boxed{オ}}$

$\cos\frac{7}{12}\pi=\frac{\sqrt{\boxed{カ}}-\sqrt{\boxed{キ}}}{\boxed{ク}}$ である．

ただし，$\boxed{ウ}<\boxed{エ}$ とする．

(3)　$y=(2+\sqrt{3})x$，$y=x$ のなす鋭角 θ は $\theta=\frac{\pi}{\boxed{ケ}}$ である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 23 講　三角関数(2)

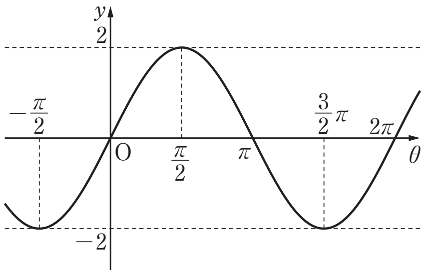
例題 23 － 1

次の関数のグラフをかけ．また，その周期と値域を求めよ．

(1)　$y=2\sin\theta$　　(2)　$y=\sin\theta+1$

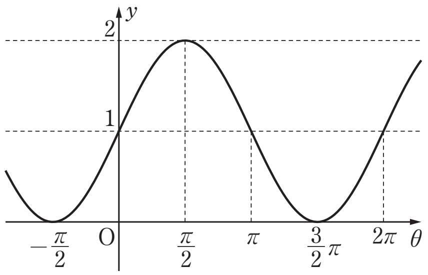
(3)　$y=\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)$　　(4)　$y=\sin 2\theta$

(1)



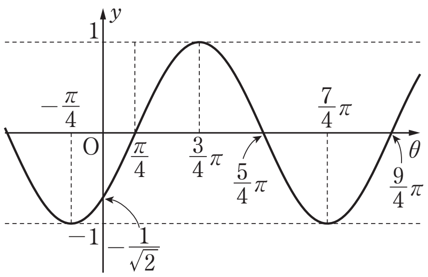
周期　2π　　値域　$-2\leqq y\leqq 2$

(2)



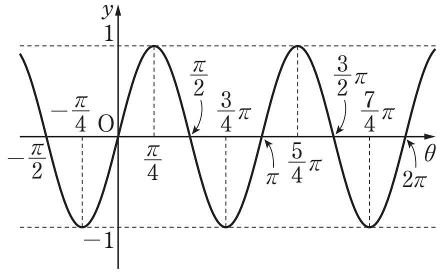
周期　2π　　値域　$0\leqq y\leqq 2$

(3)



周期　2π　　値域　$-1\leqq y\leqq 1$

(4)



周期　π　　値域　$-1\leqq y\leqq 1$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

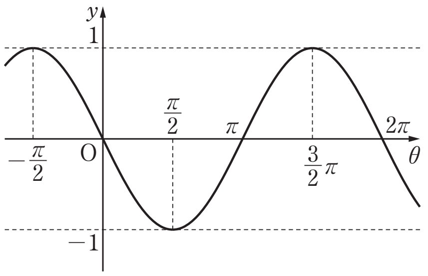
類題 23 − 1

次の関数のグラフをかけ．また，その周期と値域を求めよ．

(1)　$y=-\sin\theta$　　(2)　$y=\sin\theta-1$

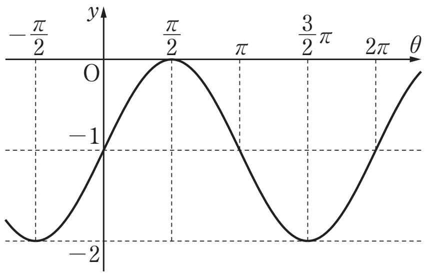
(3)　$y=\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{3}\right)$　　(4)　$y=\sin\dfrac{\theta}{2}$

(1)



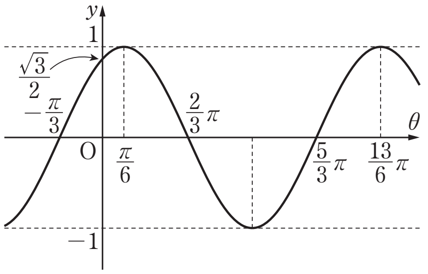
周期　2π　　値域　$-1\leqq y\leqq 1$

(2)



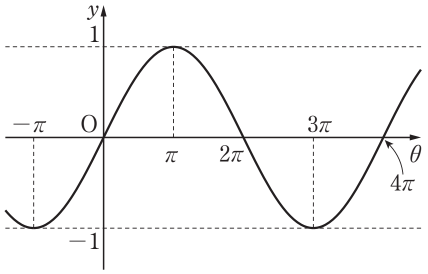
周期　2π　　値域　$-2\leqq y\leqq 0$

(3)



周期　2π　　値域　$-1\leqq y\leqq 1$

(4)



周期　4π　　値域　$-1\leqq y\leqq 1$

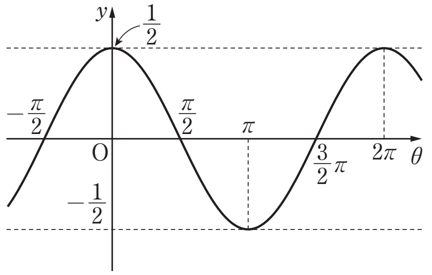
ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 23 ー 2

次の関数のグラフをかけ．また，その周期を求めよ．

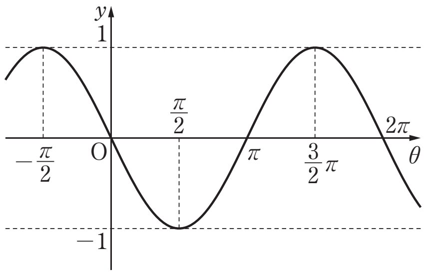
(1)　$y=\frac{1}{2}\cos\theta$　　(2)　$y=\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)$　　(3)　$y=\cos\frac{\theta}{2}$

(1)



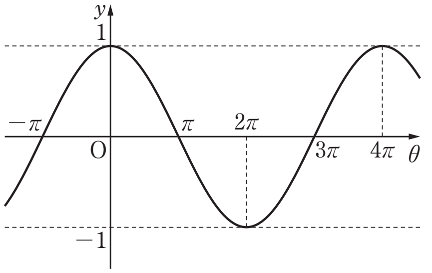
周期　2π

(2)



周期　2π

(3)



周期　4π

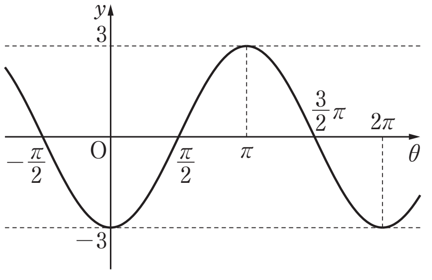
ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 23 － 2

次の関数のグラフをかけ．また，その周期を求めよ．

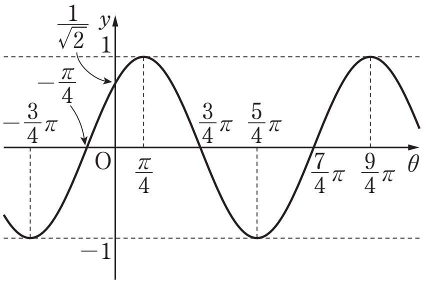
(1)　$y=-3\cos\theta$　(2)　$y=\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)$　(3)　$y=\cos 3\theta$

(1)



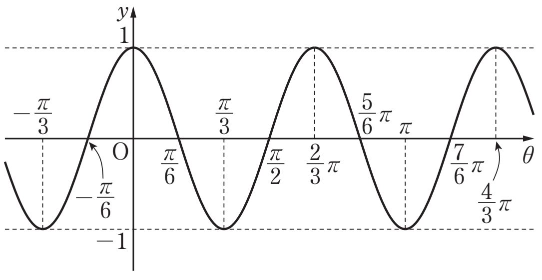
周期　2π

(2)



周期　2π

(3)



周期　$\dfrac{2}{3}\pi$

ⓒRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 23 － 3

α が鋭角，β が鈍角で，$\sin\alpha=\frac{3}{5}$，$\cos\beta=-\frac{5}{13}$ のとき，次の値を求めよ．

(1)　$\sin(\alpha+\beta)$　　(2)　$\cos(\alpha-\beta)$

α は鋭角より　$\cos\alpha>0$　　よって　$\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}=\frac{4}{5}$

β は鈍角より　$\sin\beta>0$　　よって　$\sin\beta=\sqrt{1-\cos^2\beta}=\sqrt{1-\left(-\frac{5}{13}\right)^2}=\frac{12}{13}$

(1)　$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=\frac{3}{5}\cdot\left(-\frac{5}{13}\right)+\frac{4}{5}\cdot\frac{12}{13}=\boldsymbol{\frac{33}{65}}$

(2)　$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=\frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{5}{13}\right)+\frac{3}{5}\cdot\frac{12}{13}=\boldsymbol{\frac{16}{65}}$

類題 23 － 3

α の動径が第 3 象限，β の動径が第 2 象限にあり，$\sin\alpha=-\frac{4}{5}$，$\cos\beta=-\frac{3}{5}$ のとき，次の値を求めよ．

(1)　$\sin(\alpha-\beta)$　　(2)　$\cos(\alpha+\beta)$

α の動径が第 3 象限にあるので，$\cos\alpha<0$

よって　$\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\sqrt{1-\left(-\frac{4}{5}\right)^2}=-\frac{3}{5}$

β の動径が第 2 象限にあるので，$\sin\beta>0$

よって　$\sin\beta=\sqrt{1-\cos^2\beta}=\sqrt{1-\left(-\frac{3}{5}\right)^2}=\frac{4}{5}$

(1)　$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta=-\frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)-\left(-\frac{3}{5}\right)\cdot\frac{4}{5}=\boldsymbol{\frac{24}{25}}$

(2)　$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=-\frac{3}{5}\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)-\left(-\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{4}{5}=\boldsymbol{1}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

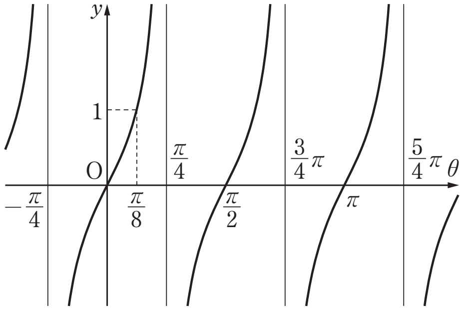
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題23－4

(1)　$y=\tan 2\theta$ のグラフをかけ．また，その周期を求めよ．

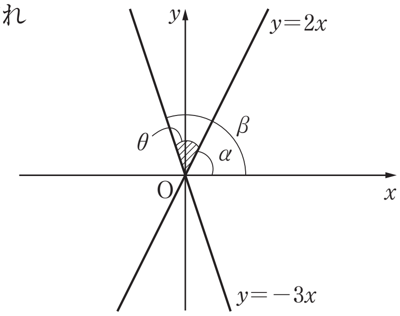
(2)　$y=2x$，$y=-3x$ のなす鋭角 θ を求めよ．

(1)



周期　$\dfrac{\pi}{2}$

(2)　$y=2x$，$y=-3x$ と x 軸の正の向きがなす角をそれぞれ α，β とすると，$\tan\alpha=2$，$\tan\beta=-3$



$$\tan\theta=\tan(\beta-\alpha)=\frac{\tan\beta-\tan\alpha}{1+\tan\beta\tan\alpha}$$

$$=\frac{-3-2}{1+(-3)\cdot 2}=1$$

$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ より　$\boldsymbol{\theta=\dfrac{\pi}{4}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

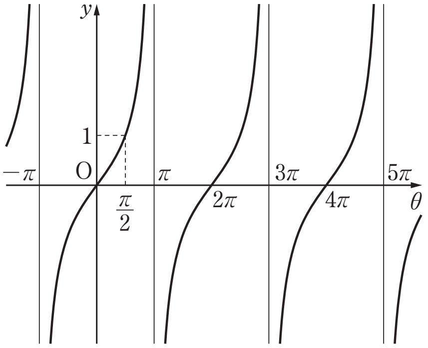
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 23 ー 4

(1)　$y=\tan\dfrac{\theta}{2}$ のグラフをかけ．また，その周期を求めよ．

(2)　$y=(2+\sqrt{3})x$，$y=-x$ のなす角 θ を求めよ．ただし，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ とする．

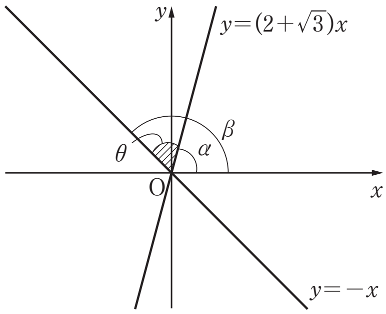
(1)



周期　2π

(2)　$y=(2+\sqrt{3})x$，$y=-x$ と x 軸の正の向きがなす角をそれぞれ α，β とすると

$$\tan\alpha=2+\sqrt{3},\ \tan\beta=-1$$



$$\tan\theta=\tan(\beta-\alpha)=\frac{\tan\beta-\tan\alpha}{1+\tan\beta\tan\alpha}$$

$$=\frac{-1-(2+\sqrt{3})}{1+(-1)\cdot(2+\sqrt{3})}$$

$$=\frac{-3-\sqrt{3}}{-1-\sqrt{3}}=\frac{-\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{-(1+\sqrt{3})}=\sqrt{3}$$

$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ より　$\boldsymbol{\theta=\dfrac{\pi}{3}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 23 講　三角関数(2)

(1)　$y=\sin\frac{2}{3}\theta$ の周期は $\boxed{ア}\pi$ である．また $y=\cos\left(2\theta-\frac{\pi}{3}\right)$ のグラフは，$y=\cos 2\theta$ のグラフを θ 軸方向に $\frac{\pi}{\boxed{イ}}$ 平行移動したものである．

(2)　$\frac{7}{12}\pi=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}$ であることより，$\sin\frac{7}{12}\pi=\frac{\sqrt{\boxed{ウ}}+\sqrt{\boxed{エ}}}{\boxed{オ}}$

$\cos\frac{7}{12}\pi=\frac{\sqrt{\boxed{カ}}-\sqrt{\boxed{キ}}}{\boxed{ク}}$ である．

ただし，$\boxed{ウ}<\boxed{エ}$ とする．

(3)　$y=(2+\sqrt{3})x$，$y=x$ のなす鋭角 θ は $\theta=\frac{\pi}{\boxed{ケ}}$ である．

解答例

(1)　$y=\sin\frac{2}{3}\theta$ の周期は $2\pi\times\frac{3}{2}=\mathbf{3}\pi$ である．

また，$y=\cos\left(2\theta-\frac{\pi}{3}\right)=\cos 2\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)$ より，この関数のグラフは $y=\cos 2\theta$ のグラフを

θ 軸方向に $\frac{\pi}{\mathbf{6}}$ 平行移動したものである．

(2)　$\sin\frac{7}{12}\pi=\sin\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)=\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{4}+\cos\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{4}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{\mathbf{2}}+\sqrt{\mathbf{6}}}{\mathbf{4}}$

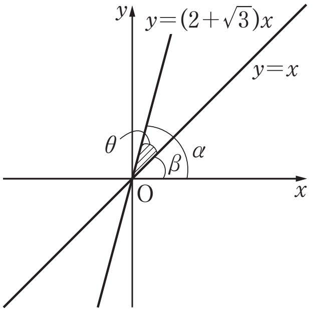
$\cos\frac{7}{12}\pi=\cos\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)=\cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{4}-\sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{4}$

$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{\mathbf{2}}-\sqrt{\mathbf{6}}}{\mathbf{4}}$

(3)　$y=(2+\sqrt{3})x$，$y=x$ と x 軸の正の向きがなす角をそれぞれ α，β とすると，$\tan\alpha=2+\sqrt{3}$，$\tan\beta=1$

$\tan\theta=\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\frac{(2+\sqrt{3})-1}{1+(2+\sqrt{3})\cdot 1}$

$=\frac{1+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}=\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}=\frac{1}{\sqrt{3}}$



θ は鋭角より　$\theta=\frac{\pi}{\mathbf{6}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。